**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Вычислительная математика

Computational Mathematics

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 003616

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Дисциплина «Вычислительная математика» является одной из базовых дисциплин учебного плана, формирующего подготовку бакалавра в области программной инженерии. Она представляет собой комплекс учебных мероприятий для развития знаний и навыков, позволяющих овладеть основами вычислительных методов и квалифицированно применять численные методы для практических вычислений и решения прикладных задач.  
 Основным методологическим принципом построения программы курса, равно как и всей концепции обучения дисциплине методов вычислений в целом, является принцип поэтапного накопления знаний и формирования необходимых компетенций по модели: от простого - к сложному, а основной методологической стратегией прохождения отдельных разделов программы является ступенчатость и цикличность, предусматривающие постепенный возврат к ранее усвоенному материалу на более высоком концептуальном уровне.  
 Цель изучения дисциплины методов вычислений: обучение методам вычислительной математики; развитие у обучающихся логического мышления; знакомство с различными численными методами; подготовка к самостоятельному решению различных вычислительных задач.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Программа курса предназначена для обучающихся бакалавриата «Программная инженерия», изучавших математику в объеме трех семестров математико-механического факультета и владеющих базовыми навыками работы с компьютером.

Максимальная эффективность программы будет обеспечена при условии, если обучающийся:  
• Владеет основами математического анализа, линейной алгебры, геометрии.  
• Владеет основами программирования, достаточными для составления простейших программ.

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Наименование категории (группы) компетенций | Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения, обеспечивающие формирование компетенции | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Общепрофессиональные компетенции | ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. | Знания основных численных методов | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения |

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Решение избранных задач в среде MAPLE под руководством преподавателя.  
Объем активных и интерактивных форм учебных занятий – 10 ак.ч.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр 4 | 45 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 38 |  | 21 |  | 10 | 3 |
|  | 2-42 |  | 2-25 |  |  |  |  |  | 2-25 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 45 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 38 |  | 21 |  |  | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| Форма обучения: очная | | | | | | |
| Семестр 4 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование разделов** | **Объемы выделяемого времени (час)** | |
| 1. Интерполирование и приближение функций. 2. Приближенное вычисление интегралов. 3. Решение уравнений и систем линейных алгебраических уравнений. 4. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; Решение краевых задач 5. Численное решение нелинейных уравнений и систем. | Лекции | **45** |
| Самостоятельная работа с методическими материалами | **38** |
| Промежуточная аттестация | Самостоятельная работа | **21** |
| Консультация | **2** |
| Экзамен | **2** |

Курс обучения состоит из пяти разделов:

1. Интерполирование и приближение функций.
2. Приближенное вычисление интегралов.
3. Решение уравнений и систем линейных алгебраических уравнений.
4. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; Решение краевых задач
5. Численное решение нелинейных уравнений и систем.

**Глава I. Интерполирование и приближение функций**

1. Задача интерполирования Лагранжа. Формулы Лагранжа и Ньютона. Конечные разности. Интерполяционные формулы Ньютона Представление остатка интерполирования. Минимизация погрешности интерполяции. Функция Лебега. Постоянная Лебега.

2. Эрмитово интерполирование. Представление остатка интерполяции.

3. Интерполяция сплайнами

4. Численное дифференцирование. Формулы. Представление и оценка остаточных членов. Понятие о неустранимой погрешности численного дифференцирования.

5. Ортогональные многочлены. Полиномы Чебышева, их свойства.

**Глава II. Приближенное вычисление интегралов.**

1. Интерполяционно-квадратурные формулы. Формулы Котеса, частные случаи. Составные квадратурные формулы.

2. Формулы наивысшей степени точности. Критерий, частные случаи. Формула Гаусса, формула Эрмита-Мелера. Формула прямоугольников в периодическом случае.

**Глава III. Решение уравнений и систем линейных алгебраических уравнений.**

1. Системы линейных уравнений. Метод исключения. Метод ортогонализации строк.

2. Векторные и матричные нормы. Концепция обусловленности. Оценка неустранимой погрешности в решении линейной системы.

3. Метод итераций. Метод Зейделя

4. Метод итераций для одного вещественного уравнения. Методы хорд и секущих. Метод Ньютона, скорость сходимости.

6. Решение СЛАУ с плохо обусловленными матрицами.

**Глава IV. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.**

Простейший метод Эйлера. Порядок метода. Методы Эйлера улучшенные. Методы Рунге-Кутта.

Решение краевых задач

**Глава V. Численное решение нелинейных уравнений и систем.**

1. Методы решения нелинейных уравнений.

2. Методы решения систем нелинейных уравнений.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Для успешного освоения дисциплины «Вычислительные методы» обучающиеся должны посещать лекции, выполнять задания преподавателя, работать с учебно-методическими материалами. Учебно-методические материалы: учебники, учебные пособия, методические указания для обучающихся, Интернет-ресурсы, электронные учебные пособия, с опорой на которые проводится аудиторная работа.

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся, как вид деятельности, стимулирующий активность, самостоятельность, познавательный интерес с целью поиска необходимой информации, приобретения знаний, использования этих знаний для решения учебных, научных и профессиональных задач, представляет собой важную составляющую учебного процесса, которой отводится не менее половины учебного времени. Время, отводимое на самостоятельную работу, должно использоваться обучающимися для наиболее полного освоения учебной дисциплины. Для организация эффективной внеаудиторной самостоятельной работы обучающихся требуется обеспечить рациональное и планомерное управление учебной деятельностью, протекающей в отсутствие преподавателя. Для обеспечения самостоятельной работы обучающихся необходима тщательная подготовка целого ряда учебных пособий, снабженных методическими указаниями.  
  
К числу методических пособий относятся:

• учебно-тематический план работы, в котором определена тематика и виды самостоятельной работы и указан рекомендуемый объем материала и время его освоения;

• общие методические рекомендации и указания по самостоятельной работе;

• обучающие программы, в том числе сетевые и интерактивные, которые могут быть использованы обучающимися самостоятельно. К этой категории можно отнести дополнительные ресурсы, предлагаемые авторами и издателями УМК на различных носителях, включая CD-ROM

• фонд контрольных заданий и тестов для самоконтроля, которые позволяют оценить уровень знаний, навыков и умений обучающихся согласно требованиям курса, государственным стандартам и европейским компетенциям.

Роль преподавателя в организации самостоятельной работы состоит в координации действий обучающихся в освоении дисциплины, в методическом и организационном обеспечении учебного процесса. Взаимодействие между преподавателем и обучающимся осуществляется в форме консультаций. Преподаватели также оказывают помощь обучающимся по планированию и организации самостоятельной работы.

Контроль за самостоятельной работой может осуществляться в форме коротких опросов и тестов, рефератов, бесед по прочитанному, углубленных вопросов по темам занятий, дополнительных вопросов, и т.д.

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена в традиционной устной форме. Список вопросов к экзамену совпадает со списком тем, изложенных на лекциях. К экзамену обучающиеся должны подготовить программу на языке Maple, реализующую вычислительный метод, рассмотренный в одном из разделов курса, по собственному выбору, согласованному с преподавателем. Первый вопрос - изложение теоретических основ выбранного метода. Второй вопрос билета – представление программы, реализующей примененный численный метод. Третий вопрос – теоретический, должен относится к другому разделу курса. Ответ на каждый вопрос оценивается преподавателем, оценка за экзамен вычисляется как среднее арифметическое трех оценок по каждому вопросу.

Оценка «отлично» (**A**) ставится за полные ответы на вопросы билета, а также на дополнительные вопросы по теоретическому курсу, при условии, что в процессе всего ответа не было допущено грубых неточностей, и выполнение учебной задачи.

Оценка «хорошо» (**B**) ставится за грамотные ответы на вопросы билета, возможно, с некоторыми неточностями, а также на дополнительных вопросы по курсу, которые задаются устно, обучающийся отвечает на них письменно и затем комментирует ответ устно. и выполнение учебной задачи.

Оценка «хорошо» (**С**) ставится за грамотные ответы на вопросы билета, возможно, с несущественными ошибками, а также на дополнительных вопросы по курсу, которые задаются устно, обучающийся отвечает на них письменно и затем комментирует ответ устно. и выполнение учебной задачи.

Оценка «удовлетворительно» (**D**) ставится за содержательный в целом, но не полный письменный ответ на вопросы билета и на дополнительные вопросы по билету, без грубых ошибок и выполнение учебной задачи.

Оценка «удовлетворительно» (**E**) ставится за содержательный в целом, но не полный письменный ответ на вопросы билета и на дополнительные вопросы по билету, без грубых ошибок, и выполнение учебной задачи

Оценка (**F**) ставится в остальных случаях.

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

***Примерный список вопросов к экзамену:***

**I. Интерполирование и приближение функций**

1. Задача интерполирования Лагранжа. Формулы Лагранжа и Ньютона. Конечные разности. Интерполяционные формулы Ньютона, Представление остатка интерполирования. Минимизация погрешности интерполяции.

2. Интерполирование Эрмита. Представление остатка интерполяции.

3. Численное дифференцирование. Формулы. Представление и оценка остаточных членов. Понятие о неустранимой погрешности численного дифференцирования.

4. Наилучшее равномерное приближение. Понятие альтернанса. Теорема Чебышева. Полиномы Чебышева, их свойства.

5. Интерполяция сплайнами

**II. Приближенное вычисление интегралов.**

1. Интерполяционно-квадратурные формулы. Формулы Котеса, частные случаи. Составные квадратурные формулы.

2. Формулы наивысшей степени точности. Критерий, частные случаи. Формула Гаусса, формула Эрмита-Мелера. Формула прямоугольников в периодическом случае.

**III. Решение уравнений и систем линейных алгебраических уравнений.**

1. Системы линейных уравнений. Метод исключения.

2. Векторные и матричные нормы. Концепция обусловленности.

3. Метод итераций. Метод Зейделя

4. Системы уравнений, метод итераций. Метод Ньютона для систем уравнений.

5. Решение СЛАУ с плохо обусловленными матрицами

**IV. Численное решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.**

1. Простейший метод Эйлера. Порядок метода. Методы Эйлера улучшенные. Методы Рунге-Кутта.

2. Метод сеток

**V. Численное решение нелинейных уравнений и систем.**

1. Методы решения нелинейных уравнений.

2. Методы решения систем нелинейных уравнений.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| № | Код индикатора и индикатор достижения универсальной компетенции | Контрольно-измерительные материалы (КИМ) (тестовые вопросы, контрольные задания, кейсы и пр.) |
|  | 1 | 2 |
| 1 | ОПК-1.1 Уметь идентифицировать возможные проблемы и пути их решения | ответы на вопросы билета на экзамене, ответы на дополнительные теоретические вопросы, а также решения предложенных задач независимо оцениваются по шкале от 0 (нет ответа/не сделано) до 10 (очень хорошо), далее оценка усредняется. Результат переводится в диапазон от 0 до 100. |

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

Для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса применяется анкетирование в соответствии с методикой и графиком, утвержденными в установленном порядке.

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К преподаванию дисциплины могут быть допущены преподаватели, имеющие диплом о высшем образовании по соответствующему направлению.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

При проведении занятий в аудитории с проектором и компьютерами требуется инженерно-технический персонал, техник или инженер Отдела обслуживания компьютерных классов.

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные стандартным оборудованием, используемым для обучения в СПбГУ в соответствии с требованиями материально-технического обеспечения.

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

Стандартное оборудование, используемое для обучения в СПбГУ. MS Windows, MS Office, Mozilla FireFox, Google Chrome, Acrobat Reader DC, WinZip, Антивирус Касперского. На компьютерах должно быть доступно необходимое программное обеспечение пакеты Maple, Visual Studio C++.

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

Не требуется.

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

Не требуется.

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Бумага, мел, маркеры для доски.

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список литературы**

1. Копченова, Наталья Васильевна. Вычислительная математика в примерах и задачах: учебное пособие / Н. В. Копченова, И. А. Марон. - 2-е изд., стер. - СПб; М; Краснодар: Лань, 2008-2017. - 368 с. Мм – 20 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/96854>

2. Демидович, Борис Павлович. Основы вычислительной математики: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон. - 6-е изд., стер. - СПб; М; Краснодар : Лань, 2007-2011. - 664 с. Мм – 11 экз. + ЭБС «Лань» по подписке СПбГУ: <https://proxy.library.spbu.ru:2279/book/2025>

3. Бахвалов, Николай Сергеевич. Численные методы: Учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова. - 7-е изд. - М: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2001 - 2011. - 636 с. Мм – 49 экз.

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1. Рябов Виктор Михайлович, Бурова Ирина Герасимовна, Кальницкая Марина Алексеевна, Малевич Александр Владиславович, Лебедева Анастасия Владимировна, Доронина Александра Геннадьевна. О численном решении систем линейных алгебраических уравнений с плохо обусловленными матрицами: Учебно-методическое пособие. – СПб, 2019.  
- ЭР (полный текст) на платформе репозитория СПбГУ: <https://dspace.spbu.ru/handle/11701/15423>

Сайт Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/>

Электронный каталог Научной библиотеки им. М. Горького СПбГУ: <http://www.library.spbu.ru/cgi-bin/irbis64r/cgiirbis_64.exe?C21COM=F&I21DBN=IBIS&P21DBN=IBIS>

Перечень электронных ресурсов, находящихся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/>

Перечень ЭБС, на платформах которых представлены российские учебники, находящиеся в доступе СПбГУ: <http://cufts.library.spbu.ru/CRDB/SPBGU/browse?name=rures&resource%20type=8>

**Раздел 4. Разработчики программы**

Самокиш Борис Андреевич, к.ф.-м.н., доцент, старший преподаватель Кафедры вычислительной математики, [b.samokish@spbu.ru](https://mail.spbu.ru/Session/806917-htFex6utxt9ORksyddTC/Message.wssp?Mailbox=%D0%9A%D0%B0%D1%84%D0%B5%D0%B4%D1%80%D0%B0%20%D0%B2%D1%8B%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%BB%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B9%20%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B8&MSG=7)  
  
Бурова Ирина Герасимовна, д.ф.-м.н., профессор, профессор Кафедры вычислительной математики, i.g.burova@spbu.ru